Algorytmy dokładne dla problemów NP-trudnych

Zadania zaliczeniowe

Łukasz Kowalik

7 czerwca 2010

Uwagi. Rozwiązania proszę przesyłać w formacie pdf na adres kowalik@mimuw.edu.pl najpóźniej do 11.07.2010. Prace powinny być samodzielne. Zadania mają charakter badawczy, tzn. nie istnieje „najlepsze rozwiązanie" i zawsze można się zastanawiać, czy istnieje algorytm asymptotycznie szybszy od tego, który już mamy. O ile wiem, problem nie był wcześniej badany z punktu widzenia algorytmów dokładnych. Mam nadzieję, że najciekawsze z Państwa rozwiązań złożą się na wspólną publikację.

Problem. Mówimy, że graf nieskierowany $G = (V, E)$ jest *k-kolorowalny krawędziowo* gdy istnieje funkcja $c : E \mapsto \{1, \ldots, k\}$ taka, że dla dowolnych dwóch krawędzi e_1, e_2 o wspólnym końcu $c(e_1) \neq c(e_2)$. Rozważamy następujący problem optymalizacyjny MAX-k-EDGE-COL. Dany jest graf nieskierowany $G = (V, E)$. Należy znaleźć k-kolorowalny krawędziowo podgraf H grafu G o największej możliwej liczbie krawędzi. Wersja decyzyjna tego problemu jest NP-zupełna. Oznaczamy $n = |V|$. **W poniższych zadaniach rozważamy przypadek $k = 2$.**

Zadanie 1 Zaproponuj algorytm dokładny działający w czasie $O^*(c^n)$ dla problemu MAX-2-EDGE-COL, gdzie c jest możliwie małą stałą. Rozważ dwa warianty dopuszczalnej złożoności pamięciowej:

a) algorytm może korzystać z wykładniczej pamięci,

b) algorytm działa w pamięci wielomianowej.

Zadanie 2 Zaproponuj algorytm dokładny działający w czasie $O^*(c^n)$ dla problemu MAX-2-EDGE-COL w grafach o stopniu co najwyżej 3. W tym zadaniu c jest możliwie małą stałą mniejszą od 2. Rozważ dwa warianty dopuszczalnej złożoności pamięciowej:

a) algorytm może korzystać z wykładniczej pamięci,

b) algorytm działa w pamięci wielomianowej.